

海冰动力学数值模拟中改进的 PIC 方法

王瑞学, 季顺迎, 岳前进*

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

摘要:为了准确地模拟海冰的动力过程,需要建立精确有效的数值方法。本文结合质点网格法(PIC)和光滑质点流体动力学方法(SPH)发展了一种改进的 PIC 方法。该方法在欧拉坐标下对海冰动量方程进行差分计算,在拉格朗日坐标下进行海冰质点位移、厚度和密集度计算,并采用 Gauss 函数进行欧拉网格点与拉格朗日质点间海冰参数的交互插值。采用改进的 PIC 方法对规则区域内的海冰堆积过程进行了数值试验,对渤海海冰的动力过程进行了 72 小时数值模拟。计算结果均表明改进的 PIC 方法具有计算量小,计算结果平稳精确的优点,可很好地适用于海冰动力作用过程的数值模拟。

关键词:质点网格法;光滑质点流体动力学;海冰动力学;数值方法

中图分类号: P731.15 **文献标识码:** A

1 引言

为研究极区海冰对全球气候的影响,也为解决中纬度冰区航运、资源开发中的海冰问题,人们对不同尺度下海冰的动力学特性进行了大量的监测分析和数值模拟。为对不同尺度下的海冰动力学过程进行精确的数值模拟和预测,建立和完善合理有效的数值方法一直是海冰动力学研究的一个重要课题。

通常,海冰被视为二维流变体,用欧拉坐标下的有限差分法(FD)进行求解^[1-3]。但 FD 方法在计算海冰连续方程中的平流项时存在数值扩散现象,限制了其准确预测海冰边缘线的运动。近年来,拉格朗日坐标下的光滑质点流体动力学方法(SPH)被成功地应用于河冰、海冰动力学过程的数值模拟^[4-6]。SPH 方法可以很准确地模拟边缘线的运动而且不存在数值扩散问题,具有很高的计算精度。但其计算效率相对较低,限制了在海冰长期数值预测中的适用性。在海冰动力学的数值模拟中,一般扰动较大,同时又是多介质状态,所以将拉格朗日与欧拉坐标系耦合是比较理想的方法。Flato 应用 PIC 方法成功地模拟了北极海冰的动力学过程^[7]。虽然, PIC 方法对冰缘线的计算精度要明显优于有限差分法,但当通过连续方程进行海

冰密集度或厚度的差分计算时仍存在数值扩散现象^[8,9]。

本文基于 PIC 方法,结合 SPH 方法的优点,采用更加灵活的质点和 Gauss 插值函数发展了一种改进的 PIC 方法。Gauss 函数具有更光滑的连续性和更高的插值精度;海冰质点的密集度和厚度可以通过海冰的质量密度和光滑长度来确定,避免了直接求解密集度和厚度连续方程存在的数值扩散问题。采用 FD 方法求解海冰动量方程得到网格点的海冰速度,避免了 SPH 方法在进行海冰内力计算中反复的迭代过程,具有更高的计算效率。采用改进的 PIC 方法,对规则区域内的海冰堆积过程以及渤海海冰的动力学过程进行数值模拟,计算结果分别与解析解和渤海实测资料相吻合。

2 海冰动力学基本方程

2.1 动力方程

海冰漂移的动力方程是按牛顿定律来描述的。单位面积海冰的运动平衡方程为

$$M \frac{dV}{dt} = -MfK \times V + a + w - Mg \nabla w + \nabla(h) \quad (1)$$

式中 单位面积海冰质量 $M = \rho_i h$, 其中平均冰厚 $h = N h_i$, ρ_i 和 h_i 分别为海冰密度和冰厚, N 为海冰密集度, V 为海冰速度矢量, f 为科氏参数, K 为垂直于海面的单位矢量, a 和 w 分别为风和流对海冰的拖曳力, $a = a C_a / |V_{ai}| / |V_{ai}|$, $w = w C_w$

收稿日期: 2004-08-31.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(40206004)资助项目.

作者简介: 王瑞学(1980-), 男, 博士;

岳前进*(1958-), 男, 博士, 教授, 博士生导师.

$/ V_{wi} / V_{wi}$, 式中 ρ_a 和 ρ_w 为空气和海水的密度, C_a 和 C_w 分别为风和流对海冰的拖曳系数; 相对风速 $V_{ai} = V_a - V_i$, 相对流速 $V_{wi} = V_w - V_i$, 其中 V_a 和 V_w 分别为风速和流速矢量, g 为重力加速度, h 为瞬时海面高度, σ 为海冰应力矢量。

2.2 粘塑性海冰动力学本构模型

在海冰数值模拟中, 通常都将海冰视为二维连续体, 其中应用最广泛的是采用椭圆屈服曲线的二维粘塑性 (VP) 海冰动力学本构方程, 可以表达为^[1]:

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2 \dot{\epsilon}_{ij} + (\nu - \nu_0) \dot{\epsilon}_{kk} \delta_{ij} - P \dot{\epsilon}_{ij} / 2 \quad (i, j = 1, 2) \quad (2)$$

式中 σ_{ij} 和 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 分别为二维应力和应变速率张量, P 为冰内压力项, δ_{ij} 为 Kronecker 算子, ν 和 ν_0 分别为非线性块体粘性系数和切变粘性系数, 并按下式计算得

$$\nu = (\dot{\epsilon}_{ij}, P) = \min(P/2, 0), \quad \nu_0 = \nu / e^2 \quad (3, 4)$$

式中 e 为海冰屈服曲线椭圆率, $\nu = \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2 / e^2}$, 且 $\nu_1 = \nu_{11} + \nu_{22}$, $\nu_2 = \sqrt{(\nu_{11} - \nu_{22})^2 + 4\nu_{12}^2}$ 。由式(3)和式(4)可以看出, 当海冰应变率较小, 且 $P/2 > 0$ 时, 有 $\nu = 0$, $\nu_0 = 0 / e^2$ 。此时, 海冰流变行为表现为线粘性流体; 而当海冰应变率较大, 且 $P/2 < 0$ 时, 海冰发生塑性屈服, 海冰主应力状态位于椭圆屈服曲线之上, 此时的 ν 和 ν_0 均为海冰应变率的非线性函数。

在 Shen 改进的粘塑性模型中, 压力项为冰厚的线性函数, 即^[5]:

$$P = \tan^2\left(\frac{\alpha}{4} \pm \frac{\beta}{2}\right) (1 - \frac{h}{h_0}) \frac{g h_i}{2} \left(\frac{N}{N_{max}}\right)^j \quad (5)$$

式中 α 为海冰内摩擦角, 一般取为 46° ; j 为经验系数, 取为 15, 正负号表示海冰辐合和辐散, 最大海冰密集度 $N_{max} = 100\%$ 。

3 改进的 PIC 方法

在本文改进的 PIC 方法中, 首先将海冰离散成一系列独立的海冰质点, 每个质点都具有各自的位置、速度、厚度、密集度和大小。欧拉网格点上的海冰参数可以采用 Gauss 函数从周围海冰质点插值得到。采用 FD 方法求解海冰动量方程, 得到网格点的海冰速度, 再由其插值得到海冰质点的速度。根据海冰质点的重新分布得到质点的质量密度和光滑长度, 进而计算出海冰质点的密集度和厚度。

3.1 网格节点处海冰厚度和密集度的确定

网格节点上的海冰厚度和密集度可由其周围的海冰质点参数通过 Gauss 插值得到。

基于 SPH 原理, 计算域内位置 r 处的变量 f 可表达为^[5]:

$$\tilde{f}(r) = \sum_{k=1}^N \frac{m_k}{M_k} f(r_k) W(r - r_k, h_0) \quad (6)$$

式中 r 和 r_k 分别为估算点和质点 k 的位置矢量, M_k 和 m_k 分别为质点 k 的质量密度和质量, h_0 为光滑长度。这里采用二维 Gauss 插值函数, 其可写作:

$$W(r - r_k, h_0) = \frac{1}{h_0^2} \exp\left[-\frac{(r - r_k)^2}{h_0^2}\right] \quad (7)$$

基于式(6), 网格节点处 $X_{i,j}$ 的海冰厚度和密集度可由海冰质点通过下式确定

$$\tilde{h}_i(X_{i,j}) = \sum_{k=1}^N \left[\frac{m_k}{M_k} W(X_{i,j} - r_k, h_0) h_i(r_k) \right] \quad (8)$$

$$\tilde{N}(X_{i,j}) = \sum_{k=1}^N \left[\frac{m_k}{M_k} W(X_{i,j} - r_k, h_0) N(r_k) \right] \quad (9)$$

式中 $X_{i,j}$ 为网格节点的位置矢量, $h_i(r_k)$ 和 $N(r_k)$ 分别为海冰质点 k 的厚度和密集度, $\tilde{h}_i(X_{i,j})$ 和 $\tilde{N}(X_{i,j})$ 分别为网格节点 $X_{i,j}$ 处的厚度和密集度估计值。

3.2 海冰动量方程的欧拉差分计算

对海冰动量方程进行差分计算以确定各网格点上的冰速。海冰动量方程(1)在 x 和 y 方向可分解为

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial U_i}{\partial x} + V_i \frac{\partial U_i}{\partial y} = f V_i - g \frac{\partial w}{\partial x} + (a_x + w_x + F_x) / M \quad (10)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial V_i}{\partial x} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial y} = -f U_i - g \frac{\partial w}{\partial y} + (a_y + w_y + F_y) / M \quad (11)$$

式中 U_i 和 V_i 为海冰速度分量, a_x 和 a_y , w_x 和 w_y 分别为风和流拖曳力分量, F_x 和 F_y 为海冰内力分量, 式(10)和式(11)中 x 向和 y 向的海冰内力分别为

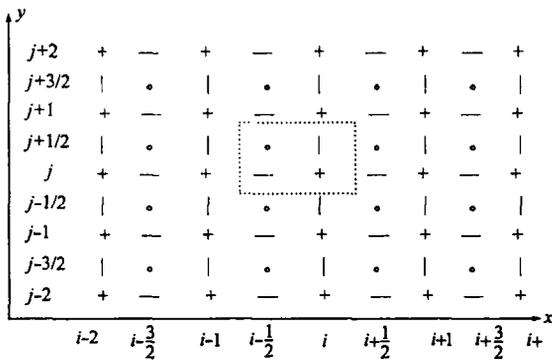
$$\begin{cases} F_x = \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} h) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{xy} h) \\ F_y = \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{yy} h) + \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{yx} h) \end{cases} \quad (12)$$

式中 σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} 和 σ_{yx} 为海冰应力分量。根据粘塑性本构方程, 海冰应力为

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{xx} = \dot{\sigma}_{xx} + \dot{\sigma}_{xx} + \dot{\sigma}_{yy} - \dot{\sigma}_{yy} - \frac{P}{2} \\ \dot{\sigma}_{yy} = \dot{\sigma}_{yy} + \dot{\sigma}_{xx} + \dot{\sigma}_{yy} - \dot{\sigma}_{xx} - \frac{P}{2} \\ \dot{\sigma}_{xy} = \dot{\sigma}_{yx} = 2 \dot{\sigma}_{xy} \end{cases} \quad (13)$$

式中 $\dot{\sigma}_{xx}$, $\dot{\sigma}_{xy}$ 和 $\dot{\sigma}_{yy}$ 为海冰应变率分量。

在欧拉坐标系下,海冰动量方程可采用交错网格建立差分格式,空间差分采用中心差分格式,时间上将每个步长分为两个半步长,按三层时间格式进行计算。在 $n \ t \ (n+1/2) \ t$ 的上半步长上,沿 x 轴方向对 U_i 采用隐式计算,而对 V_i 采用显式计算;在 $(n+1/2) \ t \ (n+1) \ t$ 的下半步长上,沿 y 轴方向对 V_i 采用隐式计算,而对 U_i 采用显式计算,网格划分及变量分布如图 1 所示。通过以上差分方法可确定各时间步不同网格点上的海冰速度分布。



“+”点确定 M, A, h, H, P ; “-”点确定 ζ, η, σ_{ij} ;
 “-”点确定 U_a, U_w, U ; “|”点确定 V_a, V_w, V ;
 U_a 和 $U_w; V_a$ 和 V_w 分别为 x 和 y 向上的风速和流速。

图 1 海冰动量方程的差分网格坐标

Fig. 1 Coordinate of difference cell for sea ice momentum equation

3.3 海冰质点的速度和位置确定

由动量方程计算出 t^n 时刻网格点上的速度分量 $U_{i+1/2}$ 和 $V_{i,j+1/2}$ 后,可根据各海冰质点在网格内的分布情况来确定其速度。若海冰质点 k 的位置坐标为 r_k ,那么该质点的速度矢量的估计值 $\tilde{V}(r_k)$ 或 $(\tilde{U}(r_k), \tilde{V}(r_k))$ 可由其周围网格点上的速度矢量插值得到,即:

$$\tilde{U}(r_k) = \sum_i \sum_j \left[\frac{m_{i,j}}{M_{i,j}} W(X_{i,j} - r_k, h_0) U_{i+1/2,j} \right] \quad (14)$$

$$\tilde{V}(r_k) = \sum_i \sum_j \left[\frac{m_{i,j}}{M_{i,j}} W(X_{i,j} - r_k, h_0) V_{i,j+1/2} \right] \quad (15)$$

式中 $\tilde{U}(r_k)$ 和 $\tilde{V}(r_k)$ 分别为第 k 个海冰质点在 x 和 y 向上的速度分量, $U_{i+1/2,j}$ 和 $V_{i,j+1/2}$ 为网格点 (i, j) 在 x 和 y 向速度分量, $m_{i,j}$ 和 $M_{i,j}$ 分别为网格 (i, j) 内的海冰质量和质量密度; h_0 为光滑长度,这里取其为平均网格尺寸,即 $h_0 = (x + y)/2$, x

和 y 分别为 x 和 y 方向的网格尺寸。

海冰质点 k 在 $t^{n+1/2}$ 或 t^{n+1} 时刻的速度矢量可以由式(14)和式(15)确定。如果在 t^n 的位置矢量为 $r_k(t^n)$,则在 $t^{n+1/2}$ 时刻的位置矢量 $r_k(t^{n+1/2})$ 可由下式计算得

$$r_k(t^{n+1/2}) = r_k(t^n) + \frac{t}{2} \tilde{V}(r_k(t^n)) \quad (16)$$

式中 t 为时间步长。

3.4 海冰质点的厚度和密集度计算

Flato^[7] 在其 PIC 模型中,考虑海冰质点持有一定的体积和面积,进而由此插值出网格点的厚度和密集度,质点的面积可以通过网格密集度的估计值采用临界条件 $N_{max} = 1.0$ 来调整。Huang 和 Savage^[9] 采用有限差分法求解海冰厚度的连续方程来确定各网格点的物理厚度,然后再由各海冰质点厚度插值得到网格的平均冰厚,网格节点上的海冰密集度采用 $N = h/h_p$ 计算得到。在本文中,通过引入海冰质点的质量密度和光滑长度计算质点的厚度和密集度。

若海冰质点 k 的位置坐标为 r_k ,其质量密度可由其周围质点做如下估计^[5]:

$$\tilde{M}(r_k) = \sum_{j=1}^N m_j W(r_k - r_j, h_0) \quad (17)$$

海冰质点的光滑长度 h_0 可通过计算域内的质量密度来调整。若质点的初始光滑长度为 $h_0^{(0)}$,则其第 n 时间步的光滑长度 $h_0^{(n)}$ 为

$$h_0^{(n)} = h_0^{(0)} \left(\frac{M^{(0)}}{M^{(n)}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

式中 $h_0^{(0)}$ 和 $h_0^{(n)}$ 分别为质点的初始和第 n 时间步的光滑长度, $M^{(0)}$ 和 $M^{(n)}$ 分别为质点的初始和第 n 时间步的质量密度。

考虑海冰质点 k 质量密度

$$\tilde{M}(r_k) = \sum_i N(r_k) h_i(r_k) \quad (19)$$

则海冰质点 k 的密集度为

$$N(r_k) = \frac{\tilde{M}(r_k)}{h_i(r_k)} \quad (20)$$

若 $N(r_k) > 1.0$,则海冰发生堆积现象,此时取 $N(r_k) = N_{max} = 1.0$ 。由此,海冰质点 k 的厚度 $h_i(r_k) = \tilde{M}(r_k) / (N_{max})$ 。

至此,完成了从 t^n 时刻到 $t^{n+1/2}$ 时刻上半个时间步长的计算。同样,对 $t^{n+1/2}$ 时刻至 t^{n+1} 时刻进行类似的计算步骤,可完成整个时间步的海冰动力学计算。

4 规则区域内海冰堆积过程的数值试验

为检验改进的 PIC 方法的可靠性,下面对一规则区域内海冰在风和流作用下的动力堆积过程进行数值模拟。在一个长度为 L , 宽度为 B 的矩形海域内,均匀分布着厚度为 t_0 , 密集度为 N_0 的海冰,在风和流的作用下,海冰向下游漂移并发生堆积。随着堆积高度的增加,海冰内力不断增强。当海冰内力与风和流的拖曳力平衡时,堆积高度达到稳定。此时,海冰应变率 $\dot{\epsilon}_{ij} = 0$, 海冰密集度达到最大值,即 $N = N_{max} = 1.0$ 。本算例中不考虑海面梯度力和柯氏力的作用。

如果不考虑边界的摩擦力,海冰堆积厚度剖面

表 1 海冰模拟中的主要参数

Tab. 1 Primary parameters used in the sea ice simulation

参数	物理意义	数值
	海冰摩擦角	46°
a	空气密度	1.29 kg/m^3
w	海水密度	1010 kg/m^3
i	海冰密度	910 kg/m^3
ν	块体粘性系数	$1.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$
ν	剪切粘性系数	$2.5 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
c_a	风拖曳系数	0.0015
c_w	流拖曳系数	0.0045

的解析解为^[5]

$$t_i = \sqrt{t_0^2 + \frac{2(a c_a V_a^2 + w c_w V_w^2)}{\tan^2\left(\frac{\alpha}{4} + \frac{\pi}{2}\right) \left(1 - \frac{t}{w}\right) i g}} x \quad (21)$$

式中 t_0 为冰缘线处单层冰厚, x 为堆积长度,且在冰缘处有 $t_i = t_0$ 。

在本算例中,取冰区宽度 $L \times B = 20 \text{ km} \times 20 \text{ km}$, 初始冰厚和密集度 $t_0 = 0.2 \text{ m}$, $N_0 = 100\%$ 。流速为 0 m/s , 风速为 15 m/s , 风向为水平向右 (270°)。时间步长为 9.0 s , 网格大小为 $x \times y = 400 \text{ m} \times 400 \text{ m}$, 一个网格内的海冰质点数为 2×2 , 计算中的部分参数值列入表 1。

采用改进的 PIC 方法,模拟得到宽度上的平均冰厚如图 2 所示。结果显示,当风向为 270° 时,海冰堆积过程在 14 小时后达到稳定状态,模拟的平均冰厚与解析解一致。如果将风向设置为 225° ,模拟的冰厚等值线和冰速矢量如图 3 所示。可以发现,海冰在计算区域的顺风角堆积,并在 20 小时后达到稳定堆积状态。

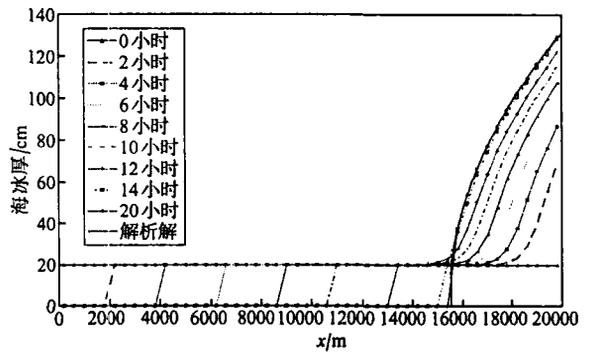


图 2 模拟的堆积厚度分布与解析解的对比
Fig. 2 Comparison of simulated ice ridging thickness with its analytical solution

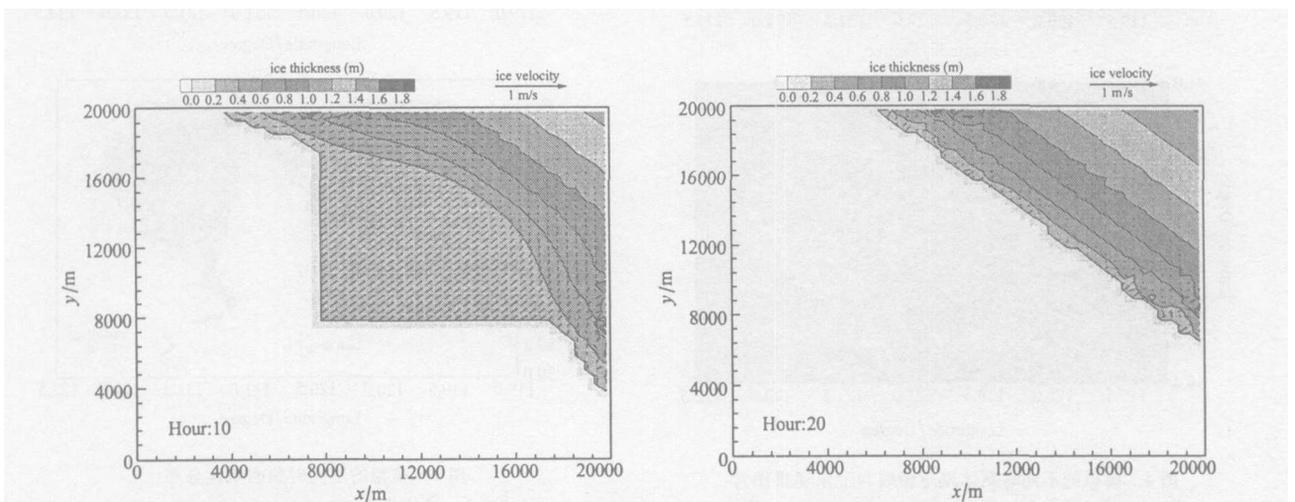


图 3 模拟不同时刻海冰堆积厚度和速度矢量分布图
Fig. 3 Distributions of ice velocity, ice thickness at different time steps

5 渤海海冰动力学数值模拟

为检验改进的 PIC 方法在渤海海冰动力学数值模拟中的有效性,下面对 2004 年 1 月 22 日 13:40 的辽东湾海冰动力过程进行 72 小时数值模拟,并将模拟结果与卫星遥感图片和现场实测数据进行对比。海冰初始冰厚和密集度可由 NOAA 卫星遥感图像获取。假定辽东湾风场为均一风场,并采用 JZ20-2 平台(121°21',40°30')的实测值。渤海的潮流和潮汐采用二维浅水方程使用 ADI-FD 算法求解确定。时间步长为 600 s,网格尺寸为 $0.1^\circ \times 0.1^\circ$,每个网格内有 5×5 个初始质点,其他的主要计算参数列入表 1。

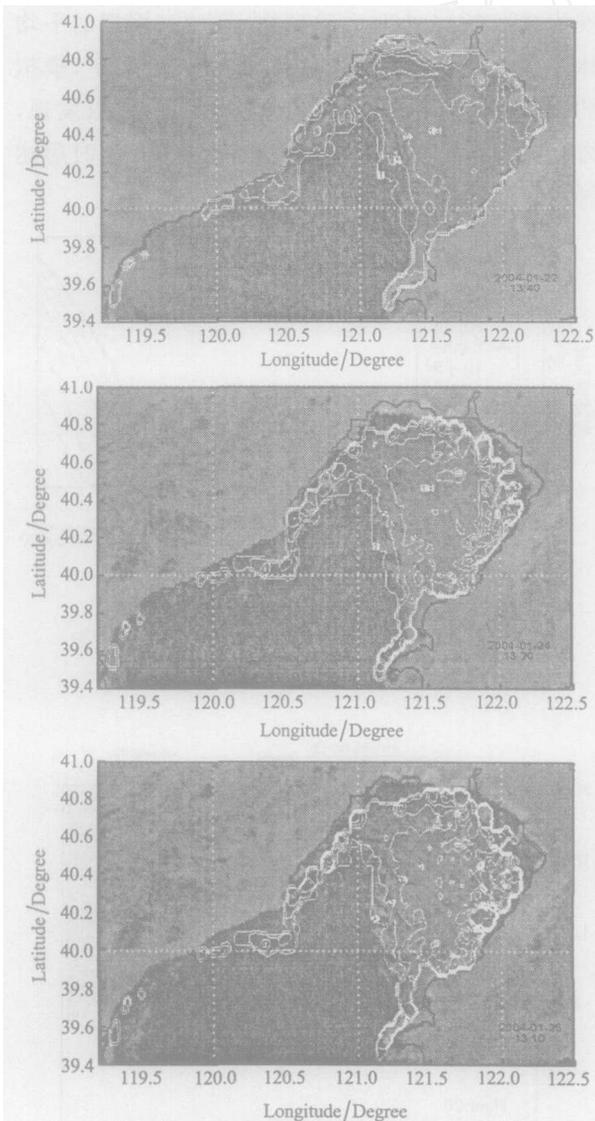


图 4 模拟的不同时刻冰厚等值线与卫星遥感图片
Fig. 4 Simulated ice thickness contour and satellite remote image at different times

5.1 模拟的辽东湾海冰分布

模拟的不同时刻海冰厚度等值线如图 4 所示,为了与实测结果进行比较分析,图中还给出了卫星遥感图片。从图中可看出,改进的 PIC 方法可以很好地模拟渤海海冰的动力学过程。模拟的不同时刻海冰密集度分布如图 5 所示,密集度大都在 80%到 100%之间。在模拟的 72 小时内,海冰边缘线在北风的作用下不断向南部海域漂移,模拟的海冰密集度也有轻微减小的趋势。如果进一步考虑海冰的热力过程,模拟结果将更为合理。

5.2 辽东湾 JZ20-2 海域海冰参数的模拟结果

辽东湾 JZ20-2 海域的海冰厚度、速度等参数可通过 Gauss 函数由其周围的海冰质点插值得到。

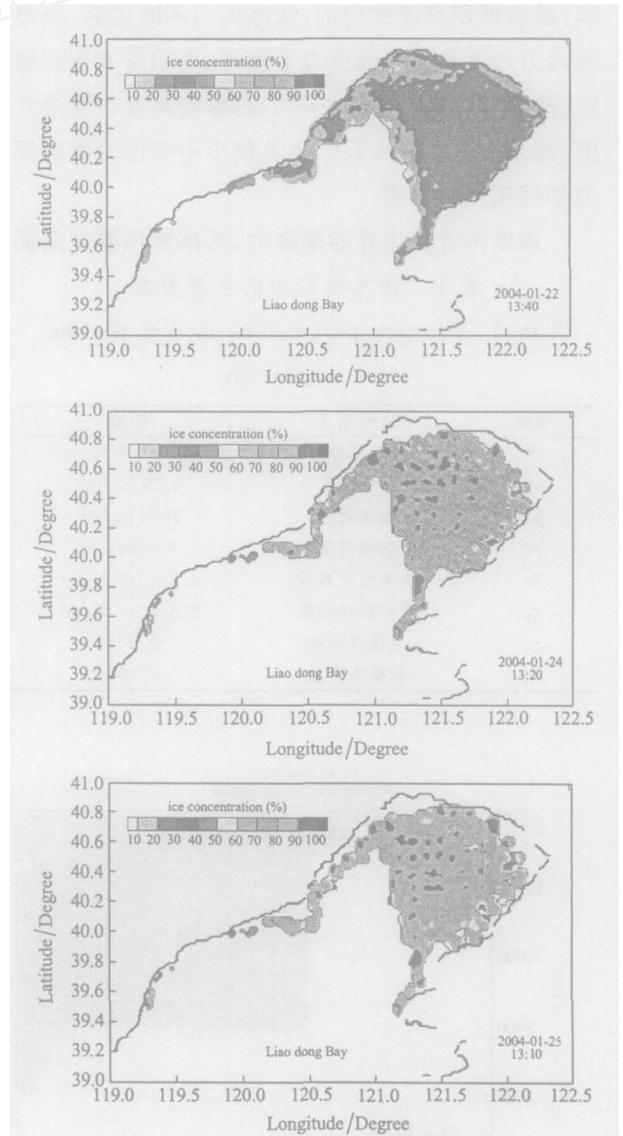


图 5 模拟的不同时刻密集度分布
Fig. 5 Distributions of sea ice concentration simulated at different times

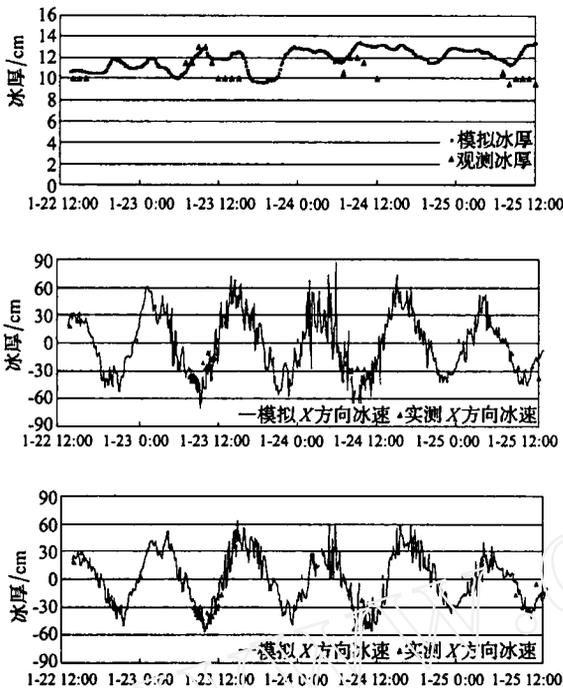


图6 模拟和实测的JZ20-2海域72小时海冰参数变化

Fig. 6 Simulated and measured ice velocities of JZ20-2 area in 72 hours

模拟的72小时内海冰厚度和速度的变化如图6所示。在JZ20-2油气平台上的现场观测值也示于图6中。可以发现实测冰厚变化范围在9 cm~13 cm之间,与模拟的结果较为一致;模拟冰速与现场实测值吻合较好,在强烈的潮流作用下,海冰速度呈规则的波动。

6 结 语

在海冰动力学数值模拟和预测中,建立和发展高精度和高效率的数值方法一直是人们所关注的重要问题。本文结合欧拉坐标系下的PIC方法和拉格朗日坐标系下的SPH方法发展了一种改进PIC方法。在该方法中,采用Gauss估计函数取代双线性插值函数,并通过海冰质点的质量密度和光滑长度来确定海冰密集度和厚度。采用该方法,可以避免差分求解海冰密集度时的数值扩散,而且Gauss插值函数比双线性插值函数具有更好的连续性和插值精度。在改进的PIC方法中,采用有限差分法求解欧拉网格上的海冰速度,海冰质点的漂移可在拉格朗日坐标下确定。欧拉网格和拉格朗日质点的参数通过Gauss插值函数传递。采用

改进的PIC方法对规则区域内海冰堆积以及辽东湾海冰动力学过程进行了数值模拟,计算结果与解析解和实测资料吻合较好。由此可见,改进的PIC方法具有很高的精度和计算效率,可很好地适用于海冰动力学数值模拟。

参考文献(References):

- [1] HIBLER W D. A dynamic and Thermodynamic sea ice model [J]. *Journal Physical Oceanography*, 1979, **9**:815-846.
- [2] 吴辉碇,白 珊,张占海. 海冰动力学过程的数值模拟[J]. *海洋学报*, 1998, **20**(2):1-13. (WU Hui-ding, BAI Shan, ZHANG Zhan-hai. Numerical simulation for dynamical processes of sea ice[J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 1998, **20**(2):1-13. (in Chinese))
- [3] ZHANG J, ROTHROCK D. Modeling Arctic sea ice with an efficient plastic solution[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2000, **105**(C2):3325-3338.
- [4] GUTFRAIND R, SAVAGE S B. Smoothed Particle Hydrodynamics for the simulation of broken ice fields: Mohr-Coulomb-Type rheology and frictional boundary conditions[J]. *Journal of Computational Physics*, 1997, **134**:203-215.
- [5] SHEN H T, SU J, LIU L. SPH simulation of river ice dynamics[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, **165**:752-770.
- [6] LINDSAY R W, STERN H L. A new Lagrangian model of Arctic sea ice[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2004, **34**:272-283.
- [7] FLATO G M. A particle-in-cell sea-ice model[J]. *Atmos Ocean*, 1993, **31**(3):339-358.
- [8] 季顺迎,岳前进,赵 凯. 渤海海冰动力学的质点网格法数值模拟[J]. *水动力学研究与进展*, 2003, **18**(6):748-760. (JI Shun-ying, YUE Qian-jin, ZHAO Kai. Numerical simulation of sea ice dynamics with Particle-in-cell approach in Bohai Sea[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2003, **18**(6):748-760. (in Chinese))
- [9] HUANG Z J, SAVAGE S B. Particle-in-cell and finite difference approaches for the study of marginal ice zone problems[J]. *Cold Regions Science and Technology*, 1998, **28**:1-28.

Modified PIC method for numerical simulation of sea ice dynamics

WANG Rui-xue, JI Shun-ying, YUE Qian-jin *

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,
Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract : The effective numerical method is very important to model the sea ice dynamic process accurately. In this paper, a modified Particle-In-Cell (PIC) method for sea ice dynamics, coupling the finite different (FD) method and Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), is presented. In this method, the ice cover is, firstly, scattered into a series of Lagrangian ice particles, which have their own size, thickness, concentration and velocity. The ice thickness and concentration at Eulerian grid positions are interpolated using Gaussian interpolating function from their surrounding ice particles. The momentum equation of sea ice dynamics is solved with FD approach to obtain the Eulerian cell velocity, which is used to estimate the velocity of each Lagrangian ice particle with Gaussian function also. The thickness and concentration of ice particle are calculated with their mass density and smooth length, which are adjusted from their movement and current location. With this modified PIC method, the numerical simulations of ice ridging in an idealized rectangular basin and ice dynamics in Bohai Sea are carried out, and the simulating results are compared well with the analytical solution and observed data on site.

Key words : Particle-In-Cell (PIC) ; Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) ; sea ice dynamics ; numerical method