

基于 Mohr-Coulomb 准则的黏弹-塑性 海冰动力学本构模型

季顺迎¹, 沈洪道², 王志联², 奚海莉², 岳前进¹

(1. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116023; 2. 美国 Clarkson 大学 土木与环境工程系, Potsdam, 纽约 13699-5710)

摘要: 针对中小尺度下海冰动力作用过程中的漂移、重叠和堆积特征, 在连续介质力学基础上建立了一个黏弹-塑性海冰动力学本构模型. 该模型主要包括四部分, 即海冰在屈服前的 Kelvin-Voigt 黏弹模型、海冰塑性屈服的 Mohr-Coulomb 准则、屈服后相关联的正交流动法则和影响海冰强度的静水压力. 采用黏弹-塑性本构模型对规则海域内的海冰堆积过程进行了数值试验, 其结果与传统黏塑性模型、改进的黏塑性模型和经典冰坝理论的解析解相符, 可合理地模拟海冰堆积的动力过程. 为进一步检验该黏弹-塑性本构模型的适用性, 对渤海海冰的动力过程进行了 48 h 的数值模拟, 计算结果与海冰卫星遥感现场观测资料一致. 通过与传统的黏塑性和改进的黏塑性模型结果的对比分析, 进一步验证了黏弹-塑性模型在中小尺度海冰动力学模拟中的可靠性. 在以上海冰堆积的数值试验和渤海海冰动力学模拟中均采用了光滑质点流体动力学 (SPH) 方法.

关键词: 海冰动力学; 本构模型; 黏塑性; 黏弹-塑性; Mohr-Coulomb 准则

中图分类号: P731.15 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-4193(2005)04-0019-12

1 引言

为了研究自然条件下复杂的海冰动力作用过程, 考虑风和流的拖曳、科氏力、海面倾斜力以及海冰内力, 建立了海冰动力平衡方程^[1]. 在海冰动力学中表征海冰内力的本构模型一直是提高海冰动力学模拟精度的重要内容.

目前应用的海冰动力学本构模型主要包括黏塑性^[1]、弹塑性^[2,3]、碰撞流变学^[4]、颗粒流体动力学^[5,6]及各向异性弹塑和黏塑性本构模型^[7~10], 其中 Hibler 的黏塑性模型已广泛应用于极区及其冰缘区、渤海、波罗的海等副极区的大中尺度海冰动力学模拟^[11~15]. 为使 Hibler 的黏塑性本构模型更好地适用于不同条件下的海冰动力学数值模拟, 人们对其进行了一系列的改进^[9,16~21], 这些工作进一步推

动了黏塑性海冰模型在不同尺度下海冰动力学中的应用. 本文综合考虑了海冰在小应变和小应变率条件下的黏弹性力学行为, 对大应变条件下的塑性流变性质采用 Mohr-Coulomb 塑性屈服准则并考虑海冰静水压力的影响, 建立一个适用性更强的黏弹-塑性海冰动力学本构模型, 该模型是基于二维连续介质的各向同性力学模型.

为检验该黏弹-塑性海冰动力学本构模型的可靠性, 用该模型对规则区域内的海冰堆积过程进行数值模拟, 并利用解析解进行验证, 此外还将该黏弹-塑性本构模型应用于渤海海冰的动力学模拟中, 并通过卫星遥感资料检验其在中小尺度海冰动力学模拟中的适用性. 在本文的海冰堆积和渤海海冰动力学的数值模拟中将采用光滑质点流体动力学方法, 该方法可精确处理海冰冰缘线位置, 且不存在动

收稿日期: 2004-03-14; 修订日期: 2004-09-12.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (40206004); 美国科学基金东亚及太平洋地区资助项目的一部分 (INT-9912246).

作者简介: 季顺迎 (1972—), 男, 河北省武邑县人, 讲师, 博士, 从事工程海冰数值模型和颗粒流理论研究. E-mail: jisy@dlut.edu.cn

力方程平流项计算中的数值扩散现象^[21-23].

2 基于 Mohr-Coulomb 准则的黏弹-塑性海冰动力学本构模型

为合理地描述海冰动力学的作用过程,海冰本构模型中应包括弹性模型、屈服准则和塑性流变模型三部分^[24].除以上三个因素外,本文将考虑海冰在弹性阶段的黏性力学行为和冰厚对静水压力的影响,建立一个适用性较强的黏弹-塑性海冰动力学本构模型.

2.1 海冰屈服前的黏弹性力学模型

海冰在不同的尺度和条件下表现出不同的流变学特征.本文选用 Kelvin-Voigt 黏弹性模型来描述海冰屈服前的流变特征,并考虑海冰在大应变或大应变率条件下的塑性破坏,建立如图 1 所示的黏弹-塑性本构模型,其中弹簧、黏壶和滑块分别表示海冰的弹性、黏性和塑性流变模型.

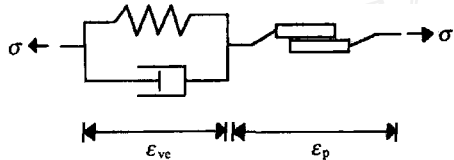


图 1 黏弹-塑性海冰动力学本构模型示意图

考虑海冰动力学中的静水压力影响,该黏弹本构模型的二维张量形式可表述为

$$\sigma_{ij} = \underbrace{2\nu_{ij}}_{\text{黏性部分}} + (\nu - \nu) \delta_{ij} + \underbrace{2G_{ij}}_{\text{弹性部分}} + (K - G) \delta_{kk} \delta_{ij} - \underbrace{p_r \delta_{ij}}_{\text{静水压力项}} \quad (1)$$

式中, K 和 G 分别为海冰的块体和剪切弹性模量; ν 和 ν 分别为海冰的块体和剪切黏性系数; p_r 为静水压力项.式(1)中

$$K = \frac{E}{2(1-\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2)$$

式中, E 和 ν 分别为海冰的杨氏模量和泊松比.

海冰的弹性模量和黏性系数与密集度有密切的关系.基于海冰和河冰动力学黏塑性模型中压力项与密集度的函数关系,可建立如下计算式^[1,19]:

$$E = E_0 \left(\frac{N}{N_{\max}} \right)^j \quad (3)$$

或

$$E = E_0 e^{-C(1-N)} \quad (4)$$

式中, E_0 为密集度为 N_{\max} 时海冰的杨式模量; C 和 j

均为经验系数,一般取 $C=20, j=15$; N 为海冰密集度.海冰黏性系数与密集度亦有以上相似关系.

2.2 Mohr-Coulomb 屈服准则

近年来在冰动力学本构模型研究中借鉴了土力学中广泛采用的 Mohr-Coulomb 准则^[19,20], 可把 Mohr-Coulomb 准则写为

$$\begin{aligned} f(\sigma_1, \sigma_2) &= \sigma_1 - \sigma_2 + (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \varphi - 2c \cos \varphi = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

式中, c 为黏结力; φ 为内摩擦角; σ_1 和 σ_2 分别为第一和第二主应力.

空间内的 Mohr-Coulomb 屈服面是一个正六面锥体(图 2).如果将第三主应力设为静水项,即 $\sigma_3 = -p_0$,则它与以上正六面锥体相交得到一个如图 3 所示的二维 Mohr-Coulomb 屈服曲线,该屈服曲线由摩擦角、黏结力和静水压力三个参数来确定.在 Coon 等^[7]的海冰弹塑性模型和 Ip 等^[20]的黏塑性模型中分别设 $p_0 = 0$ 和 $c = 0$.不同海冰条件所对应的摩擦角也有所不同. Shen 等^[19]和 Coon^[7]在河冰和海冰模拟中分别采用了 46° 和 52° . 本文将选用 $c = 0$ 和 $\varphi = 46^\circ$,并考虑静水压力的影响.

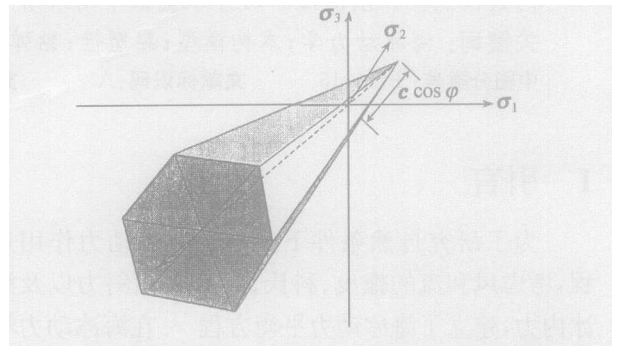


图 2 三维空间内的 Mohr-Coulomb 屈服准则

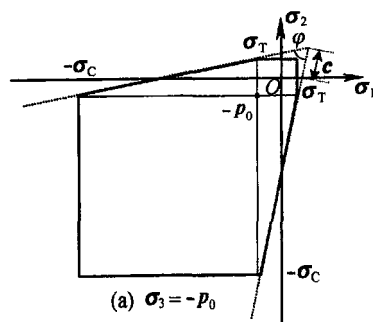


图 3 Mohr-Coulomb 屈服面

Mohr-Coulomb 屈服曲线分别由剪切、辐合和辐散(或压缩和拉伸)破坏面组成,其屈服函数可分

别表述为

$$\sigma_1 = K_d \sigma_2 + 2c \sqrt{K_d}, \quad (6)$$

$$\sigma_c = - K_c p_0 - 2c \sqrt{K_c}, \quad (7)$$

$$\sigma_1 = - K_d p_0 + 2c \sqrt{K_d}, \quad (8)$$

式中, $K_d = \tan^2(\alpha/4 - \beta/2)$; $K_c = \tan^2(\alpha/4 + \beta/2)$.

2.3 相关联的正交流动法则

当海冰发生塑性屈服后主应力处于屈服面上. 本文在处理海冰塑性流变行为时采用相关联的正交流动法则, 即对塑性势函数用 Mohr-Coulomb 屈服函数, 海冰的塑性应变率方向与屈服面正交.

海冰屈服的总应变包括弹性应变和塑性应变两部分, 其增量形式可写成

$$d_{ij} = d_{ij}^e + d_{ij}^p, \quad (9)$$

式中, d_{ij}^e 和 d_{ij}^p 分别为弹性应变和塑性应变增量. 根据塑性增量流变理论^[25,26], 海冰的塑性应力增量的张量形式可写为

$$d_{ij} = D^{el} (d_{ij}^e - d_{ij}^p), \quad (10)$$

式中, D^{el} 为材料的弹性模量矩阵.

当材料处于弹性阶段时 $d_{ij}^p = 0$, 而在塑性阶段的塑性应变或应变率可由 Drucker 公设来确定. 根据 Missies 塑性位势流动理论, 塑性增量与塑性势函数() 正交, 即可把正交流动法则写为

$$d_{ij}^p = d \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (11)$$

式中, d 为塑性标量因子, 可由塑性应变的一致性确定^[26]. 如果把该塑性势函数取为屈服数 $f(\sigma_{ij})$, 则称作与屈服函数相关联的流动法则; 如果塑性势函数不同于屈服函数, 则称作非关联的流动法则. 在海冰动力学 AIDJEX 研究项目中的弹塑性本构模型所采用的是非关联的流动法则^[2,81], 而 Hibler^[11] 在黏塑性模型中采用了相关联的流动法则.

2.4 海冰动力学中的静水压力

无论在平整、重叠或堆积冰区, 海冰在重力和浮力作用下在竖直方向上都会产生应力(图 4), 该竖直方向上的平均应力可由下式计算:

$$\sigma_z = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_2}^{t_1} \rho z dz = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{t_1}{t_2} \right) g t_1, \quad (12)$$

式中, ρ_i 和 ρ_w 为海冰和海水密度; $t_1 = t_1 + t_2$, 为海冰厚度, 其中 t_1 和 t_2 分别为水面上、下的海冰厚度.

考虑海冰密集度的影响, 海冰动力学中竖直方向上的平均压力可按下式计算^[19]:

$$p_0 = \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w} \right) \frac{\rho_i g t_1}{2} \left(\frac{N}{N_{max}} \right)^j, \quad (13)$$

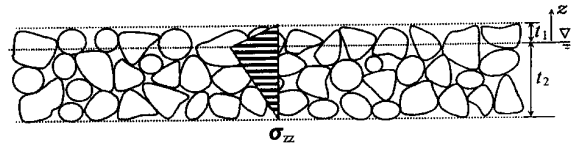


图 4 海冰内竖直方向的平均应力

式中, p_0 为竖直方向的平均压力. 水平方向上的静水压力可由竖直方向平均应力转化而来, 即

$$p_r = K_0 p_0, \quad (14)$$

式中, p_r 为水平方向上的静水压力; K_0 为压力项转换系数, 可通过实验来确定它. 如果不考虑海冰的黏结力, 可取 $K_0 = 1 - \sin \alpha$, 它已在冰坝理论中得到了应用^[27].

3 规则区域内海冰堆积过程的数值试验

在河冰和海冰动力学中, 规则区域内冰盖堆积过程的动力学模拟是检验本构模型及其计算方法可靠性的有效途径. Pariset 和 Hausser^[27] 建立的经典冰坝理论已得到现场观测和室内模型实验的验证, 本文也采用该算例对黏弹-塑性海冰动力学本构模型的适用性进行检验, 并将其解析解与 Hibler^[11] 的传统黏塑性模型、Shen 等^[19] 改进的黏塑性模型和经典冰坝理论^[27] 进行了对比.

3.1 稳态堆积冰厚的解析解

在一个长度为 L , 宽度为 B 的矩形区域内, 海冰的厚度(t_0)、密集度(N_0) 均匀分布, 如图 5 所示. 在风和流的作用下海冰向下游漂移并发生堆积, 随着堆积高度的增加, 海冰内力不断增强, 当海冰内力与风和流的拖曳力平衡时堆积高度达到稳定.

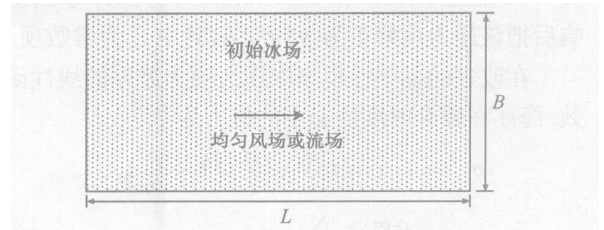


图 5 规则区域内海冰的初始分布示意图

单位面积海冰漂移的动力平衡方程为^[22]

$$M \frac{dV_i}{dt} = - M f K \times V_i + a + w - Mg \nabla_w + \nabla(N t_i), \quad (15)$$

式中, $M = \rho_i N t_i$, 为单位面积海冰质量; V_i 为海冰速

度量; a 和 w 为风和流的拖曳应力; f 为科氏力参数; g 为重力加速度; ∇_w 为水面高度梯度. 风和流对单位面积海冰的拖曳应力为

$$\left. \begin{aligned} a &= N_a C_a |V_{ai}| V_{ai} \\ w &= N_w C_w |V_{wi}| V_{wi} \end{aligned} \right\}, \quad (16)$$

式中, C_a 和 C_w 为风和流的拖曳系数; V_{ai} 和 V_{wi} 分别为相对风速和相对流速.

当海冰堆积达到稳定状态后冰速 $V_i = 0$, 应变率 $\dot{\epsilon}_{ij} = 0$, 密集度达到最大值, 即 $N = N_{\max}$. 本算例中不考虑水面梯度力和科氏力的作用, 以便于作解析解比较. 在考虑和不考虑边界摩擦力时可采用黏塑性、改进的黏塑性和黏弹-塑性模型由式(15)得到海冰堆积厚度的解析解.

3.1.1 不考虑边界摩擦的海冰堆积高度解析解

如果不考虑边界的摩擦力, 则海冰堆积稳定后的应力 τ_{xy} 和 τ_{yx} 均为 0, 于是式(15)可简化为 x 方向的一维方程:

$$N_a C_a V_a^2 + N_w C_w V_w^2 + \nabla(N f_i)_{xx} = 0. \quad (17)$$

采用不同的海冰本构模型, 可由上式得出与其对应的海冰堆积高度在 x 方向上的分布.

在 Hibler 的黏塑性本模型中海冰堆积稳定后的应力即为压力项:

$$\tau_{xx} = -\frac{p^* \exp[-\frac{C(1-N)}{2}]}{2}. \quad (18)$$

这里海冰密集度 $N = 100\%$. 将式(18)代入式(17)中得到海冰堆积高度沿 x 主方向的分布为

$$t_i = t_{i0} + \frac{2 \left[\frac{a C_a V_a^2 + w C_w V_w^2}{p^*} \right] x}{1}, \quad (19)$$

式中, t_{i0} 为冰缘厚度, 在本算例中为海冰的初始厚度. 在传统黏塑性模型中压力项 p^* 与冰厚无关^[1, 28]. 最近 Hibler 和 Hutchings^[28] 考虑冰厚的影响后把该压力项修正为 $p^* = C h$, 其中 C 为常数项.

在改进的黏塑性模型中压力项为冰厚的线性函数. 海冰在辐合时准静态下的应力为^[19, 21]

$$\tau_{xx} = -\tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \left(1 - \frac{i}{w} \right) \times \frac{i g t_i}{2} \left(\frac{N}{N_{\max}} \right)^j, \quad (20)$$

由此得出堆积冰厚的分布为

$$t_i = t_{i0} + \frac{2 \left[\frac{a C_a V_a^2 + w C_w V_w^2}{\tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \left(1 - \frac{i}{w} \right) i g} \right] x}{1}. \quad (21)$$

在本文的黏弹-塑性本构模型中, 在冰缘线处海冰在一定长度内会处于弹性状态, 其厚度保持为初始冰厚. 该弹性长度由风和流的拖曳力及其压缩强度确定, 即

$$x_e = \frac{K_c p_0 t_{i0}}{a C_a V_a^2 + w C_w V_w^2}, \quad (22)$$

式中, x_e 为处于弹性状态的海冰长度.

海冰发生塑性变形时 x 方向的应力为 Mohr-Coulomb 屈服准则中的压缩强度, 它可由式(20)计算, 这样海冰发生塑性变形后的堆积厚度分布函数与式(21)一致.

3.1.2 考虑边界摩擦的海冰堆积高度解析解

当考虑边界摩擦时海冰的稳态堆积高度可由经典的冰坝理论来计算^[27]. 它是将静态冰坝内 y 方向的应力进行平均, 并通过求解 x 方向上风 and 流的拖曳力、海冰内力以及边界摩擦力的平衡方程来确定冰坝的堆积高度. x 方向的应力由土力学中 Mohr-Coulomb 准则的极限塑性分析理论确定^[27], 由此得到的海冰堆积厚度为

$$t_i = \sqrt{t_{i0}^2 + \frac{B \left[\frac{a C_a V_a^2 + w C_w V_w^2}{i g \tan \left(1 + \sin \phi \right) \left(1 - \frac{i}{w} \right)} \right] x}{\sqrt{1 - \exp \left[-\frac{2(1 - \sin \phi) \tan \phi}{B} x \right]}}}. \quad (23)$$

如果采用本文的黏弹-塑性本构模型, 则在冰缘处的海冰会处于弹性状态, 即不会发生重叠堆积现象, 其厚度保持为初始冰厚. 该弹性冰区的长度可由下式计算:

$$x_e = \frac{K_c p_0 t_{i0}}{a C_a V_a^2 + w C_w V_w^2 - 2\mu K_0 t_{i0}/B}. \quad (24)$$

海冰在塑性部分的应力状态处于 Mohr-Coulomb 准则的压缩(辐合)屈服面上, 这与经典的冰坝理论一致, 因此海冰堆积的厚度分布函数可同样由式(23)计算.

在本算例中冰区宽度 $B = 500$ m, 长度 $L = 4500$ m, 初始冰厚 $t_{i0} = 0.2$ m, 密集度 $N_0 = 100\%$, 流速为 0.4 m/s, 风速度为 15 m/s. 由于海冰在堆积过程中的总体积保持不变, 根据海冰厚度的分布函数便可确定出海冰的堆积长度. 分别采用传统黏塑性、改进的黏塑性、经典冰坝理论和本文黏弹-塑性, 在考虑和不考虑边界摩擦条件下得到的冰厚堆积高度如图 6 所示, 计算分析中的部分参数值列于表 1.

表 1 海冰堆积模拟中的主要计算参数

参数	物理意义	数值	参数	物理意义	数值
t_{i0}	初始冰厚/ m	0.2	N_0	初始密集度(%)	100
B	冰区宽度/ m	500	L	冰区长度/ m	4500
	海冰摩擦角/(°)	46	p^*	黏塑模型压力项/ $N \cdot m^{-2}$	1.0×10^4
	泊松比	0.3	ν	块体黏性系数/ $N \cdot s \cdot m^{-2}$	
V_a	风速/ $m \cdot s^{-1}$	15.0	ν	剪切黏性系数/ $N \cdot s \cdot m^{-2}$	2.5×10^5
V_w	流速/ $m \cdot s^{-1}$	0.4	E_0	杨氏模量/ $N \cdot m^2$	1.0×10^5
C_a	风拖曳系数	0.015	t	时间步长/ s	0.5
C_w	流拖曳系数	0.02	S	初始质点尺寸/ m	50

从以上不同本构模型所对应的海冰堆积高度可看出, 本文的黏弹-塑性模型与改进的黏塑性模型、经典冰坝理论的堆积高度相一致, 堆积剖面均呈堆积长度的二次函数, 这与堆积高度同长度呈线性函数的黏塑性模型有较大的差异. 由于对黏弹-塑性模型考虑了海冰的弹性变形, 在冰缘线前端有一定长度的海冰处于弹性状态而保持为初始冰厚. 由于该弹性长度较小, 对海冰的堆积高度影响不大. 另外, 边界的摩擦力对海冰堆积高度有很大的影响.

3.2 海冰堆积过程的数值模拟

下面采用黏弹-塑性本构模型和光滑质点流体力学方法, 对以上规则区域内海冰堆积的动力过程进行数值模拟. 由于光滑质点流体力学方法具有计算精度高、不存在数值扩散的优点, 近年来在河冰和海冰动力学中得到广泛的应用^[22,23,29,30]. 模拟中的主要计算参数列于表 1 中. 在考虑边界摩擦时, 模拟的不同时刻沿长度方向的平均堆积厚度和海冰堆积厚度等值线分别如图 7 和 8 所示, 可以看出, 边界阻力使海冰在边界附近的堆积厚度明显变低, 冰速也变小. 在风和流的推动力作用下海冰在下游边界处不断堆积, 2 h 后达到稳定. 模拟的海冰堆积稳定后的高度与用黏弹-塑性本构模型的分析结果相一致.

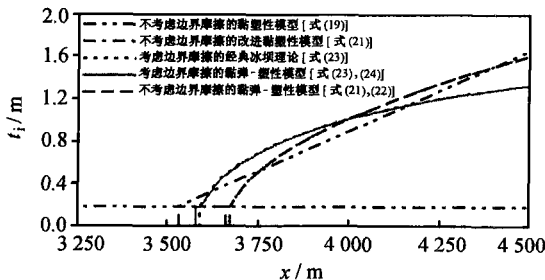


图 6 采用不同本构模型海冰堆积高度的解析解

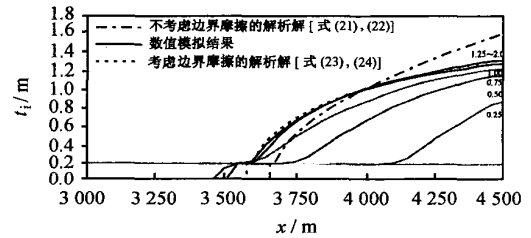


图 7 考虑边界摩擦时模拟的海冰堆积厚度分布及黏弹-塑性模型的解析解

海冰堆积稳定后的剪应力和 x 方向的正应力分布如图 9 所示, 由图可以看出, 受边界摩擦力影响, 两侧边界附近的海冰剪应力较大, 中心线处的剪应力为 0, 且在 y 方向上大小对称, 方向相反. 正应力与海冰厚度成正比, 在 y 方向也呈对称分布.

4 黏弹-塑性本构模型在渤海海冰动力学模拟中的应用

20 世纪 80 年代初为满足渤海油气开发的工程需求, 人们对渤海海冰的热力和动力过程及其数值模拟以及预测进行了大量的研究工作^[13,14,31,32]. 为进一步检验本文建立黏弹-塑性本构模型在海冰动力学中的可靠性, 下面将其应用于渤海海冰的动力学数值模拟中, 并与传统的黏塑性、改进的黏塑性的模拟结果进行对比分析.

4.1 输入条件

渤海海冰动力学模拟的主要输入条件包括初始冰场、气象和水文要素. 海冰初始冰厚和密集度可由 NOAA 卫星遥感图像提取. 在本文的 48 h 海冰动力学的短期数值模拟中不考虑海冰的热力作用过程, 因此气象条件主要为风场分布, 它可通过大气模式来获得^[23]. 水文条件主要为潮流和潮汐, 可采用

ADI方法对渤海潮流潮汐的二维浅水方程求解确定. 由海冰初始分布(1998-01-21-14:13)的卫星图像及其提取的冰厚分布如图10所示. 本文采用光滑质

点流体动力学方法对海冰动力学过程进行模拟, 其中的主要计算参数列于表1中, 而针对渤海海冰特点修改的部分参数列于表2中.

表2 渤海海冰动力学数值模拟中的部分计算参数

参数	物理意义	数值	参数	物理意义	数值
C_a	风拖曳系数	0.0015	μ_{\max}	最大黏性系数/ $N \cdot s \cdot m^{-2}$	1.0×10^{10}
C_w	流拖曳系数	0.0025	Δt	时间步长/s	40
p^*	黏塑性模型中的强度项/ $N \cdot m^{-2}$	5000	S	初始质点尺度	2 km \times 2 km

下面分别采用传统黏塑性、改进的黏塑性和黏弹-塑性本构模型对辽东湾海冰的动力过程进行48 h数值模拟, 并通过模拟的海冰全场分布以及在JZ20-2海域的冰厚、密集度、冰速以及冰内应力的演化过程进行以上三种模型的对比分析.

4.2 辽东湾海冰分布的模拟结果

采用传统的黏塑性、改进的黏塑性和黏弹-塑性模型模拟的24, 48 h海冰厚度和密集度分布以及海冰速度和主应力矢量分布如图11~13所示, 由图可以看出, 由于海冰在漂移过程中受潮流影响较大, 用各模型计算的海冰速度分布彼此相接近. 从主应力大小看, 黏弹-塑性和改进的黏塑性模型比较相近, 这是由于用它们计算海冰应力时都考虑了海冰厚度的因素, 从而使影响海冰形变的内力项大小接近. 在由Hibler的黏塑性模型计算海冰应力时, 压力项为定值. 尽管这里用的压力项($p^* = 5000 N/m^2$)要比极区小得多, 但由此计算的海冰应力仍要比改进的黏塑性和黏弹-塑性模型大得多, 进而影响了海冰厚度的动力学演变过程. 从海冰的主应力分布来看, 海冰的抗压性能要明显高于其抗拉性能.

虽然采用不同模型模拟的海冰厚度等值线与海冰卫星遥感结果均大体一致(见图14), 但它们之间也有一定的差别. 从海冰厚度分布可以看出, 改进的黏塑性模型结果同时具有其他两个模型的特点, 即黏塑性模型结果在东岸堆积而黏弹-塑性模型结果在中下部海域较厚的分布趋势, 这是由于对改进的黏弹-塑性模型采用了黏塑性模型的椭圆塑性屈服曲线, 同时其在辐合和辐散过程中的压力项与黏弹-塑性模型中的拉、压强度相一致. 从模型的冰缘线位置看, 黏弹-塑性模型结果均优于其他两个模型, 黏塑性和改进的黏塑性模型结果分别略远于和略近于实际冰缘线位置.

4.3 辽东湾JZ20-2海域海冰参数的模拟结果

下面对辽东湾JZ20-2海域(40°30'N, 121°21'E)的海冰厚度、速度和应力等模拟结果进行分析. 该海域的海冰参数是通过高斯函数由其周围的海冰质点积分获得, 结果如图15~19所示. 从厚度变化来看(见图15), 本文的黏弹-塑性模型与改进的黏塑性模型的计算结果较一致. 从模拟的冰速变化来看(见图16), 由于受强烈潮流的影响, 采用这三个模型计算的海冰速度变化结果非常接近, 但从模拟的海冰散度的变化过程来看(见图17), 黏弹-塑性模型与改进的黏塑性模型的计算结果都随潮流的往复运动而辐合和辐散, 而传统黏塑性模型的结果则呈不规则的波动过程. 海冰应力变化过程也有类似的变化规律(见图18), 但黏弹-塑性模型的应力规律性变化要明显好于改进的黏塑性模型, 而传统的黏塑性模型呈现很强的随机性波动. 如果降低传统黏塑性模型中的压力项, 例如取 $p^* = 1.0 kN/m^2$, 则可得到稳定的海冰应力和散度变化过程. 从海冰应力的数值大小来看, 由改进的黏塑性和黏弹-塑性模型计算的数值大小接近, 它们明显小于由传统黏塑性模型计算的数值. 从计算的JZ20-2海域的主应力状态来看(见图19), 无论采用哪种本构模型, 海冰均处于塑性屈服状态, 表现出很强的塑性流变特性.

通过传统的黏塑性、改进的黏塑性和黏弹-塑性本构模型对渤海海冰的数值模拟结果及其与海冰卫星遥感资料的对比分析发现, 它们均能较好地模拟中小尺度下的海冰动力学过程, 但本文的黏弹-塑性模型能够更精确地模拟冰缘线的位置. 从对辽东湾JZ20-2海域海冰应力的计算结果来看, 本文的黏弹-塑性模型具有更好的稳定性, 能够合理地模拟海冰在潮流、潮汐作用下的辐合和辐散过程.

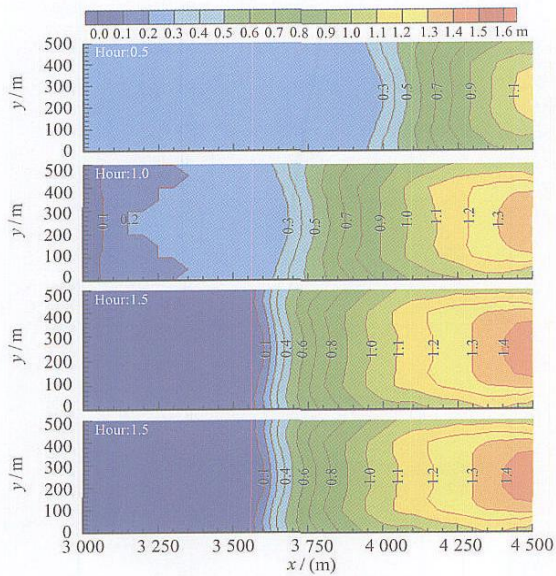


图8 考虑边界摩擦时数值模拟的海冰堆积厚度分布

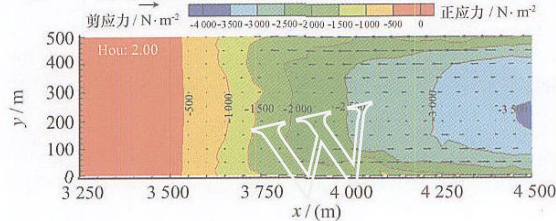


图9 考虑边界摩擦时数值模拟的剪应力矢量和 x 方向正应力的等直线图

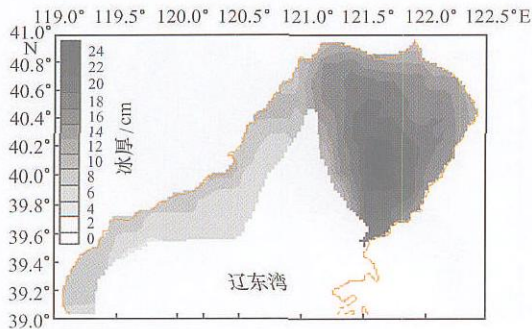
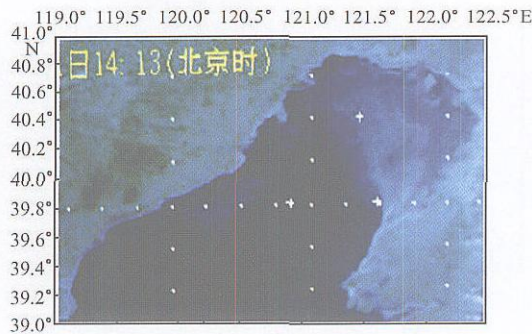


图10 渤海辽东湾海冰动力模拟中初始(1998 - 01 - 21 - 14:13)海冰分布的卫星遥感图像及其数字化结果

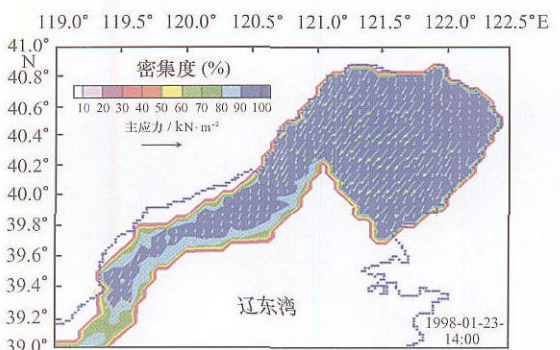
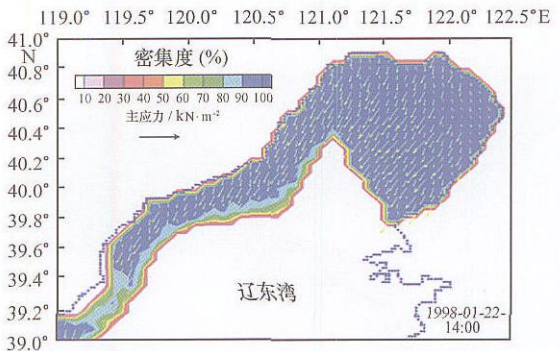
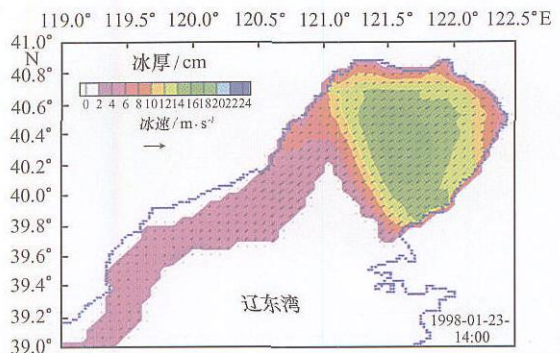
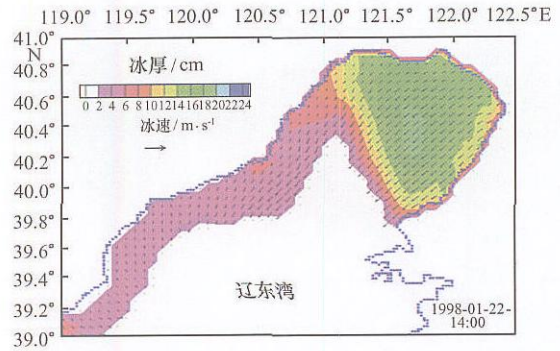


图11 采用传统黏塑性模型^[1]计算的海冰厚度和密度集分布以及冰速和主应力矢量分布

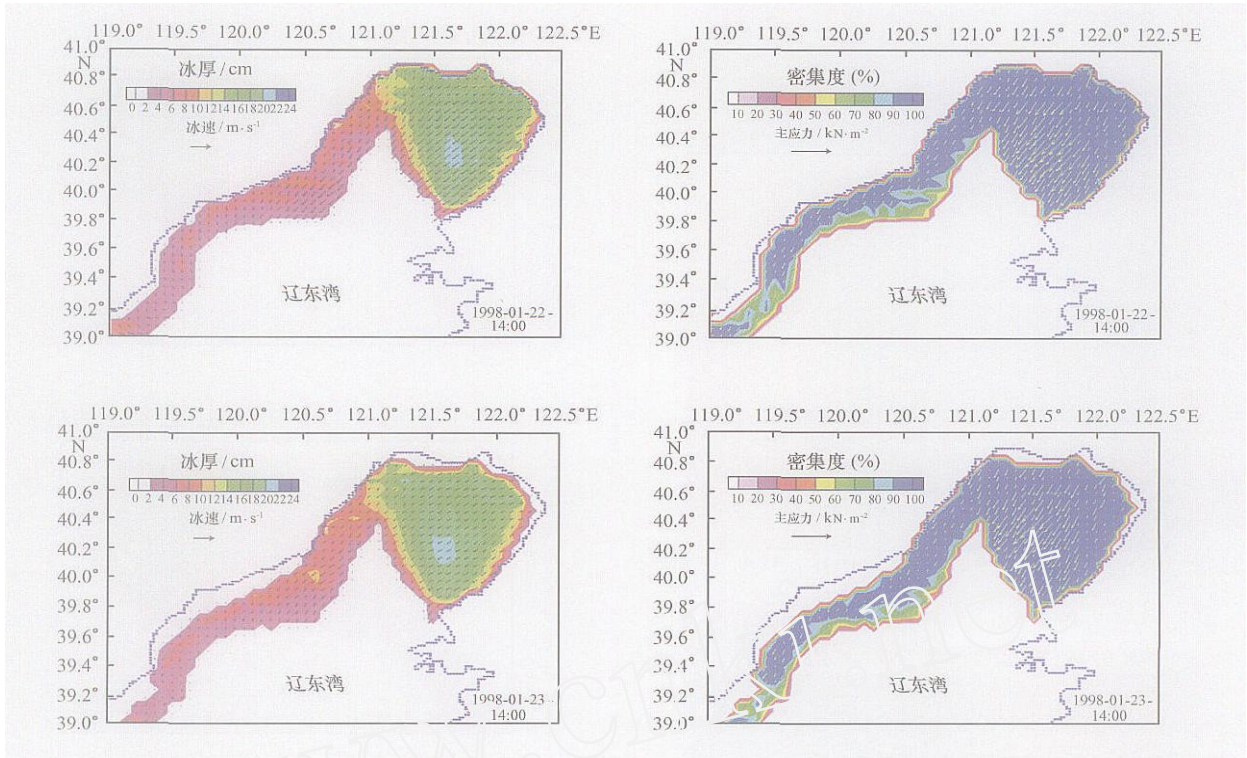


图 12 采用改进的黏塑性模型^[19]计算的海冰厚度和密集度分布以及冰速和主应力矢量分布

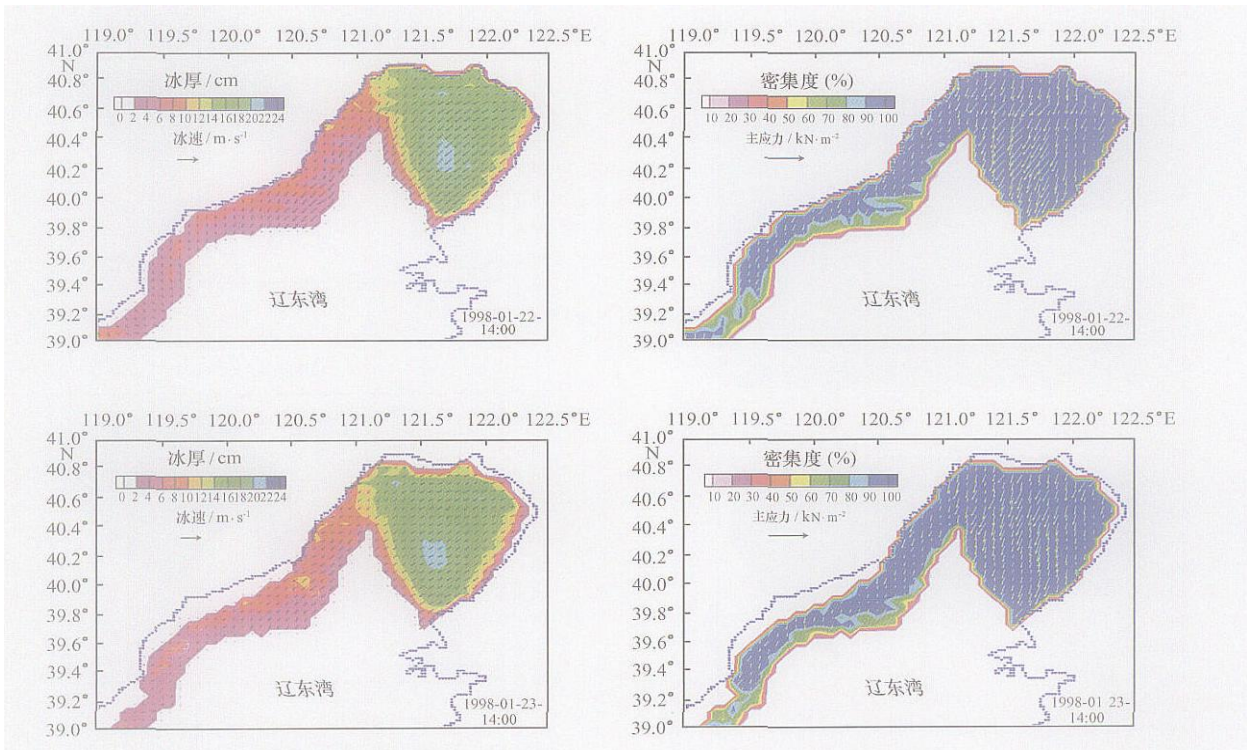


图 13 采用黏弹-塑性模型计算的海冰厚度和密集度分布以及冰速和主应力矢量分布

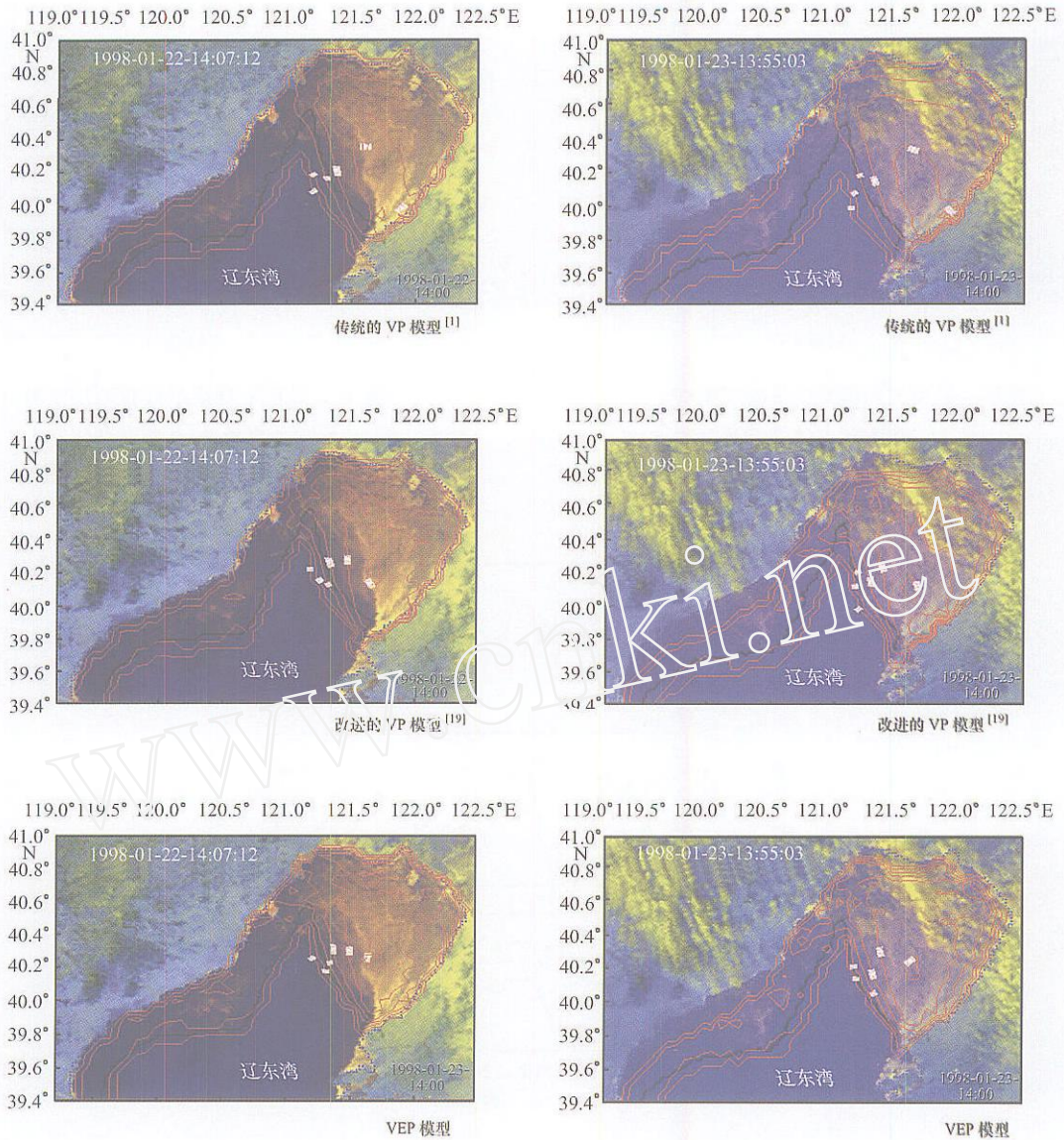


图 14 采用传统的 VP,改进的 VP 和 VEP 三种本构模型模拟的 24, 48 h 辽东湾冰厚等值线及卫星遥感图像

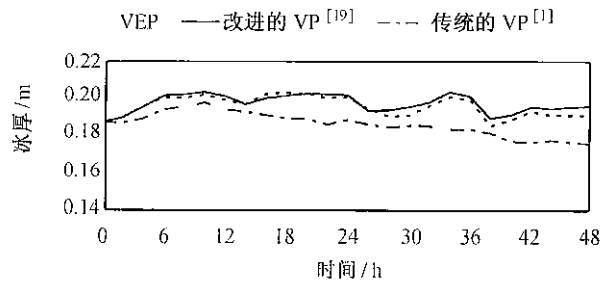


图 15 采用三种模型计算的辽东湾 JZ20-2 海域 48 h 冰厚变化

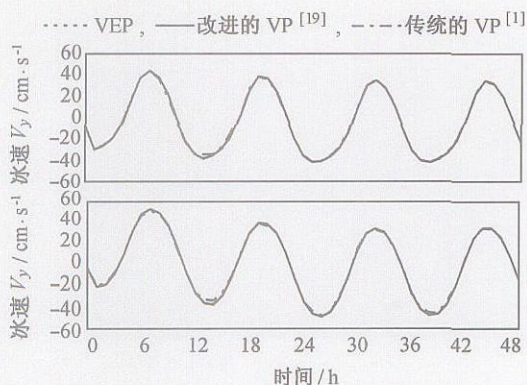


图 16 采用三种模型计算的辽东湾 JZ20-2 海域 48 h 冰速变化

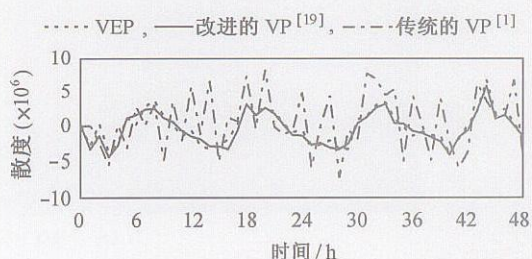


图 17 采用三种模型计算的辽东湾 JZ20-2 海域 48 h 散度变化

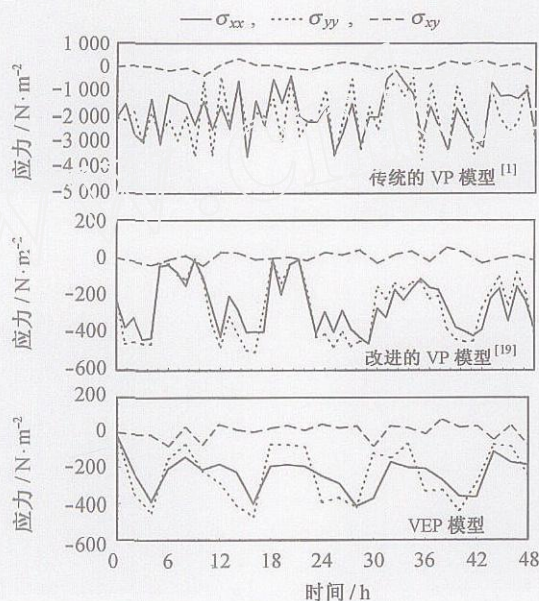


图 18 采用三种模型计算的辽东湾 JZ20-2 海域 48 h 海冰应力变化

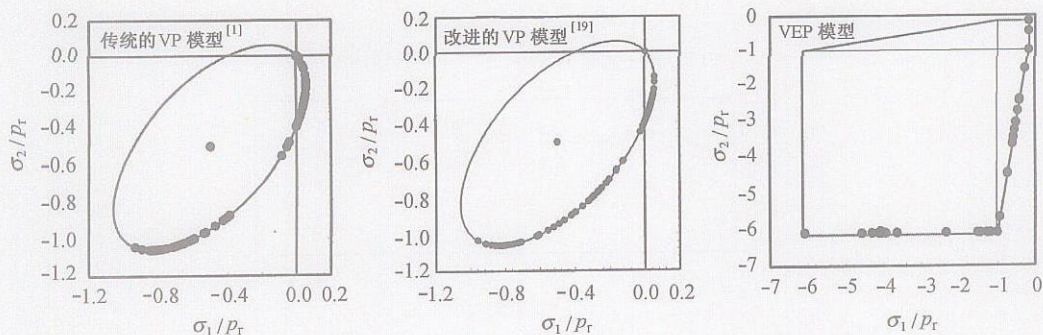


图 19 采用三种模型计算的辽东湾 JZ20-2 海域主应力状态

5 结语

为进一步提高中小尺度海冰动力学模拟的精度,本文建立了一个黏弹-塑性本构模型.该模型考虑了海冰在非屈服状态下的黏弹性力学行为以及屈服后的塑性行为,采用了 Mohr-Coulomb 屈服准则和相关联的塑性正交流动法则,并借鉴了冰坝理论中静水压力的计算方法,进而可更合理地处理海冰漂移、重叠和堆积过程中的动力学特征.采用该模型对规则海域内的海冰动力堆积过程进行了数值试验,并与传统的黏塑性模型^[11]、改进的黏塑性模型^[19]以及经典的冰坝理论^[27]进行了对比分析,结果

表明该黏弹-塑性本构模型能够合理地模拟海冰堆积的动力作用过程.为进一步检验该黏弹-塑性本构模型在实际海冰动力学模拟中的可靠性,本文应用传统黏塑性、改进的黏塑性和黏弹-塑性模型对渤海海冰的动力演化过程进行了 48 h 数值模拟.通过对比以上三种模型对辽东湾海冰分布及其在 JZ20-2 海域的海冰参数演化过程,发现本文建立的黏弹-塑性本构模型能够更加合理地模拟冰缘线位置和海冰分布,其计算结果有更好的稳定性.对该黏弹-塑性本构模型中的黏性系数、弹性模量、黏结力等部分参数适当调整后,可应用于不同冰类型和时空尺度下的海冰动力学模拟.

参考文献:

- [1] HIBLER W D. A dynamic thermodynamic sea ice model[J]. *Journal of Geophysical Oceanography*, 1979, 9: 871—846.
- [2] COON M D, MA YKUT S A, PRITCHARD R S, et al. Modeling the pack ice as an elastic plastic material[J]. *AIDJ EX Bull*, 1974, 24: 1—105.
- [3] PRITCHARD R S. An elastic-plastic constitutive law for sea ice[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1975, 42: 379—384.
- [4] SHEN H H, HIBLER W D, LEPPARANTA M. The role of floe collisions in sea ice rheology[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1987, 94(C10): 14 252—14 537.
- [5] TREMBLAY L B, MYSAKL A. Modeling sea ice as a granular material, including the dilatancy effect[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1997, 27: 2 342—2 360.
- [6] HOPKINS M A. On the mesoscale interaction of lead ice and floes[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1996, 101(C8): 18 315—18 326.
- [7] COON M D, KNOKE G S, ECHERT D C, et al. The architecture of an anisotropic elastic-plastic sea ice mechanics constitutive law[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1998, 103(C10): 21 915—21 9252.
- [8] PRITCHARD R S. Ice conditions in an anisotropic sea ice dynamics model[J]. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 1998, 8: 9—15.
- [9] HIBLER W D, SCHULSON EM. On modeling the anisotropic sea ice[J]. *Journal of Geophysical Research*. 2000, 105(C7): 17 105—17 120.
- [10] HIBLER W D. Sea ice fracturing on the large scale[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2001, 68: 2 013—2 043.
- [11] GUO Zhi-chang, ZHAO Jin-ping. A numerical modelling on drifting and decaying of Arctic sea ice[J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 1998, 20(4): 330—342.
- [12] ZHANG Zhan-hai. On modeling ice dynamics of semi-enclosed seasonally ice-covered seas[B]. *Report Series in Geophysics*[R]. Helsinki: Finnish Institute of Marine Research, 2000.
- [13] 吴辉庭. 海冰的动力-热力过程的数学处理[J]. *海洋与湖沼*, 1991, 20(2): 321—327.
- [14] 吴辉庭, 白珊, 张占海. 海冰动力学过程的数值模拟[J]. *海洋学报*, 1998, 20(2): 1—13.
- [15] LEPPARANTA M, HIBLER W D. The role of plastic ice interaction in marginal ice zone dynamics[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1985, 90(C6): 11 899—11 909.
- [16] FLATO G M, HIBLER W D. Modeling pack ice as a cavitating fluid[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1992, 22: 626—651.
- [17] 刘钦政, 黄嘉佑, 白珊, 等. 全球冰-海洋耦合模式的海冰模拟[J]. *地学前缘*. 2000, 7(增刊): 219—230.
- [18] HUNKE E C, DU KOWICZ J K. An elastic-viscous-plastic model for sea ice dynamics[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1997, 27: 1 849—1 867.
- [19] SHEN Hung-tao, SHEN H H, TSAI S M. Dynamic transport of river ice[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 1990, 28(6): 659—671.
- [20] IP C F, HIBLER W D, FLATO G M. On the effect of the rheology on seasonal sea ice simulations[J]. *Ann Glaciol*, 1991, 15: 17—25.
- [21] 沈洪道. 冰动力学的拉格朗日离散元模式[J]. *海洋预报*, 1999, 16(3): 71—84.
- [22] SHEN Hung-tao, SU Jie, LIU Lian-wu. SPH simulation of river ice dynamics[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, 165: 752—770.

- [23] WANG Zhi-lian. A coastal sea ice model with discrete parcel method[B]. Clarkson University Internal Report : No. 99-16[R]. Dotsdam : Clarkson University , 2000. 146.
- [24] UKITA J , MORITX R E. Yield curves and flow rules of pack ice[J]. Journal of Geophysical Research , 1995 , 100 : 4 545 —4 557.
- [25] LUBLINER J. Plasticity Theory[M]. London : Collier Macmillan Publishers , 1990.
- [26] ZIMMERMANN Th. An object-oriented approach to nonlinear finite element programming[B]. LSC Internal Report [R]. Lausann : Swiss Federal Institute of Technology ,1990.
- [27] PARISET E , HAUSSER R , GAGNON A. Formation of ice cover and ice jams in rivers[J]. Journal of Hydraulics Division , ASCE , 1996 , 92(H Y6) : 1 —24.
- [28] HIBLER W D , HUTCHINGS J K. Multiple equilibrium arctic ice cover states induced by ice mechanics: ice in the environment[A]. Proceedings of the 16th IAHR International Symposium on the Ice[C]. Dunedin : International Association of Hydraulic Engineering and Research , 2002. 40 —45.
- [29] LU S , SHEN Hung-tao. Constitutive laws for river ice dynamics[A]. SHEN Hung-tao. Ice in Surface Water[M]. Rotterdam :Aa Balkema , 1998. 109 —116.
- [30] 季顺迎,岳前进. 辽东湾区域性漂移海冰的 SPH 数值模拟[J]. 水利水运工程学报, 2001, 4(总 90): 8 —15.
- [31] 王仁树. 渤海海冰的数值试验[J]. 海洋学报, 1984, 6(4): 572 —580.

A viscoelastic-plastic constitutive model with Mohr-Coulomb yielding criterion for sea ice dynamics

JI Shun-ying¹, SHEN Hung Tao², WANG Zhi-lian², SHEN Hayley², YUE Qian-jin¹

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China; 2. Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, New York 13699-5710, USA)

Abstract : A new viscoelastic-plastic (VEP) constitutive model for sea ice dynamics is developed based on continuum mechanics. This model consists of four components: Kelvin-Vogit viscoelastic model, Mohr-Coulomb yielding criterion, associated normality flow rule for plastic rheology, and hydrostatic pressure. The numerical simulations for ice motion in an idealized rectangular basin are carried out using smoothed particle hydrodynamics (SPH) method, and compared with the analytical solution as well as those based on the modified viscous plastic (VP) model and static ice jam theory. These simulations show that the new VEP model can simulate ice dynamics accurately. The new constitutive model is further applied to simulating ice dynamics of the Bohai Sea and compared with the traditional VP, and modified VP models. The results of VEP model are compared better with the satellite remote sensing images, and the simulating ice conditions in the JZ20-2 Oil Platform area are more reasonable.

Key words : sea ice dynamics; constitutive model; viscous plasticity; viscoelastic-plastic model; Mohr-Coulomb criterion